

**Exercice1 : 4 points**

A la suite de plusieurs campagnes de vaccination réalisées dans un village du Cameroun, les études ont révélé que la probabilité pour qu'un enfant de moins de 5 ans soit atteint de poliomyélite est de 0,05. On choisit au hasard un enfant de moins de 5 ans de ce village.

- 1° Quelle est la probabilité pour que cet enfant ne soit pas atteint de poliomyélite ? **0,5pt**
- 2° On a effectué un contrôle sur 8 enfants âgés de moins de 5 ans dans ce village. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
- A : « aucun enfant n'est atteint de poliomyélite ». **1pt**
- B : « trois enfants exactement sont atteints de poliomyélite ». **1pt**
- C : « au moins quatre enfants sont atteints de poliomyélite ». **1,5pt**

**Exercice2 : 5 points**

Soit P un plan affine muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . A tout nombre complexe  $z \neq -i$ , on associe  $f(z) = \frac{iz}{z+i}$ . On note M le point d'affixe  $z = x + iy$  où x et y sont des nombres réels.

- 1° Déterminer l'affixe  $z_0$  du point B tel que  $f(z_0) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$ . **0,75pt**
- 2° On note r le module de  $z + i$  et  $\alpha$  son argument principal. Ecrire en fonction de r et  $\alpha$  une forme trigonométrique de  $f(z) - i$ . **0,75pt**
- 3° Soit A le point d'affixe  $-i$ .
- a) Déterminer l'ensemble (C) des points M d'affixe z vérifiant l'égalité : **1pt**  
 $|f(z) - i| = 1$
- b) Montrer que la droite (T) d'équation  $\sqrt{3}x - y - 3 = 0$  est tangente à (C) en B. **1pt**
- 4° Construire A, B, (T) et (C). **1,5pt**

**Problème : 11 points**

On considère la fonction numérique f définie par :  $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 3}$  ; ( $\Gamma$ ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- 1° Donner le domaine de définition de f et les limites de f(x) lorsque x tend vers l'infini. **1pt**
- 2° Calculer  $f'(x)$  pour tout réel x et dresser le tableau de variations de f. **1,5pt**
- 3° Calculer  $f(x) - 2$ , en déduire la position de la courbe ( $\Gamma$ ) par rapport à son asymptote horizontale. **0,5pt**
- 4° Donner les équations des tangentes à la courbe ( $\Gamma$ ) aux points d'abscisses respectives 0 et 2. **1pt**
- 5° Tracer les tangentes précédentes et la courbe ( $\Gamma$ ). **2pts**
- 6° Montrer que la restriction g de f à  $[3, +\infty[$  est une bijection de cet intervalle sur un intervalle J que l'on déterminera. Tracer dans le même repère la courbe

représentative de  $g^{-1}$ .

1,5pt

7° Soit  $\lambda$  un nombre réel strictement supérieur à 3. On appelle  $A(\lambda)$  l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe  $(\Gamma)$  et la droite d'équation  $y = 2$  d'une part, les droites d'équations  $x = 3$  et  $x = \lambda$  d'autre part.

a) Montrer que  $A(\lambda) = \int_3^\lambda \frac{3x-6}{x^2-3x+3} dx$ .

0,5pt

b) Montrer que pour tout  $x \geq 3$ , on a :  $2x-3 \leq 3x-6$  ;

En déduire que  $\int_3^\lambda \frac{2x-3}{x^2-3x+3} dx \leq A(\lambda)$ .

1,0pt

c) Quelle est la limite de  $A(\lambda)$  quand  $\lambda$  tend vers  $+\infty$ .

0,5pt

8° On considère la suite  $(u_n)$  définie par :  $u_0$  réel donné et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

a) Pour  $u_0 = 2$  ; montrer que la suite est constante.

0,25pt

b) On donne  $u_0$  tel que  $2 < u_0 < 3$  :

- Montrer que pour tout  $n$ , on a  $2 < u_n < 3$ .

0,5pt

- Montrer que la suite  $(u_n)$  est croissante.

0,5pt

- Que peut-on en déduire sur la suite  $(u_n)$  ?

0,25pt



GYS SUP  
Institut supérieur